

2019-2020 学年四川省眉山市东辰国际学校九年级（上）期中数学试卷

一、选择题（共 15 小题，共计 45 分）

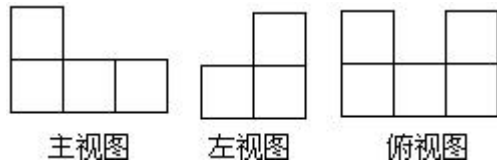
1. (3 分) 下列计算正确的是()
- A. $\sqrt{16} = \pm 4$ B. $3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 1$ C. $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = 4$ D. $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{6} = 2$
2. (3 分) 方程 $(m^2 - 1)x^2 + mx - 5 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程，则 m 满足的条件是()
- A. $m \neq 1$ B. $m \neq 0$ C. $|m| \neq 1$ D. $m = \pm 1$
3. (3 分) 用配方法解方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 时，原方程应变形为()
- A. $(x+1)^2 = 6$ B. $(x-1)^2 = 6$ C. $(x+2)^2 = 9$ D. $(x-2)^2 = 9$
4. (3 分) 下列二次根式中与 $\sqrt{24}$ 是同类二次根式的是()
- A. $\sqrt{18}$ B. $\sqrt{30}$ C. $\sqrt{48}$ D. $\sqrt{54}$
5. (3 分) 如果一元二次方程 $x^2 + (m+1)x + m = 0$ 的两个根是互为相反数，那么有()
- A. $m = 0$ B. $m = -1$
C. $m = 1$ D. 以上结论都不对
6. (3 分) 若代数式 $\sqrt{m-3}$ 是二次根式，则 m 的取值范围是()
- A. $m \leq 3$ B. $m < 3$ C. $m \geq 3$ D. $m > 3$
7. (3 分) 某型号的手机连续两次降价，每个售价由原来的 1185 元降到了 580 元，设平均每次降价的百分率为 x ，列出方程正确的是()
- A. $580(1+x)^2 = 1185$ B. $1185(1+x)^2 = 580$
C. $580(1-x)^2 = 1185$ D. $1185(1-x)^2 = 580$
8. (3 分) 用配方法将二次函数 $y = 3x^2 - 4x - 2$ 写成形如 $y = a(x+m)^2 + n$ 的形式，则 m 、 n 的值分别是()
- A. $m = \frac{2}{3}, n = \frac{10}{3}$ B. $m = -\frac{2}{3}, n = -\frac{10}{3}$ C. $m = 2, n = 6$ D. $m = 2, n = -2$
9. (3 分) 下列各组图形不一定相似的是()
- A. 两个等腰直角三角形

- B. 各有一个角是 100° 的两个等腰三角形
- C. 各有一个角是 50° 的两个直角三角形
- D. 两个矩形

10. (3分) 关于 x 的方程 $(a-6)x^2 - 8x + 6 = 0$ 有实数根, 则整数 a 的最大值是()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

11. (3分) 如图是由几个相同的小正方体搭成的几何体的三视图, 则搭成这个几何体的小正方体的个数是()



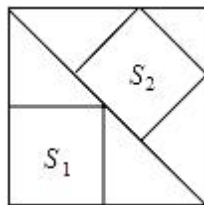
- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

12. (3分) 顺次连接等腰梯形各边中点所得的四边形一定是()

- A. 等腰梯形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

13. (3分) 如图, 大正方形中有 2 个小正方形, 如果它们的面积分别是 S_1 、 S_2 , 那么 S_1 、

S_2 的大小关系是()



- A. $S_1 > S_2$ B. $S_1 = S_2$
- C. $S_1 < S_2$ D. S_1 、 S_2 的大小关系不确定

14. (3分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + k + 1 = 0$ 的两个实数根是 x_1 , x_2 , 且

$x_1^2 + x_2^2 = 24$, 则 k 的值是()

- A. 8 B. -7 C. 6 D. 5

15. (3分) 设 a , b 是方程 $x^2 + x - 2019 = 0$ 的两个实数根, 则 $a^2 + 2a + b$ 的值为()

- A. 20016 B. 2017 C. 2018 D. 2019

二、填空题 (共 5 小题, 每空 3 分, 共 15 分)

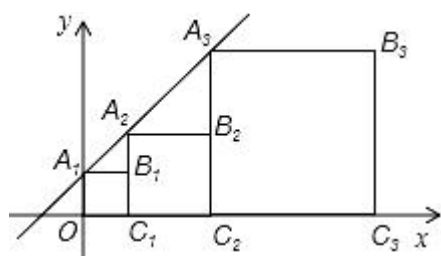
16. (3分) 关于 x 的方程 $x^2 - 6x + p = 0$ 的两个根是 α 、 β , 且 $2\alpha + 3\beta = 20$, 则 $p = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. (3分) 将 $a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 根号外的因式移入根号内的结果是_____.

18. (3分) 如果 -3 是分式方程 $\frac{a}{x+a} + 2 = \frac{3}{a+x}$ 的增根, 则 $a =$ _____.

19. (3分) 已知 $2 < x < 5$, 化简 $\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x-5)^2} =$ _____.

20. (3分) 正方形 $A_1B_1C_1O$, $A_2B_2C_2C_1$, $A_3B_3C_3C_2$, ... 按如图所示的方式放置. 点 A_1, A_2, A_3, \dots 和点 C_1, C_2, C_3, \dots 分别在直线 $y=kx+b(k>0)$ 和 x 轴上, 已知点 $B_1(1,1)$, $B_2(3,2)$, 则 B_n 的坐标是_____.



三、解答题 (共 90 分)

21. (5分) $3\sqrt{8} - 3\sqrt{32} + 2\sqrt{18} - 4\sqrt{\frac{1}{2}}$.

22. (5分) 已知 $x = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, $y = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$, 求 $\frac{x^3 - xy^2}{x^4y + 2x^3y^2 + x^2y^3}$ 的值.

23. (6分) 已知 $x^2 - 3x + 1 = 0$, 求 $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2}$ 的值.

24. (5分) 解方程 $\frac{7-9x}{2-3x} - \frac{4x-5}{2-3x} = 1$.

25. (6分) 解方程: $-2x^2 + 5x + 3 = 0$ (用配方法)

26. (8分) 已知 x, y 是实数, 且 $y = \frac{\sqrt{x^2-9} + \sqrt{9-x^2} - 2}{x+3}$, 求 $5x + 6y$ 的值.

27. (8分) 已知关于 x 的方程 $(m+2)x^2 - \sqrt{5}mx + m - 3 = 0$.

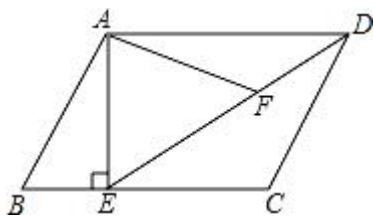
(1) 求证方程有实数根;

(2) 若方程有两个实数根, 且两根平方和等于 3, 求 m 的值.

28. (10分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 过点 A 作 $AE \perp BC$, 垂足为 E , 连接 DE , F 为线段 DE 上一点, 且 $\angle AFE = \angle B$.

(1) 求证: $\triangle ADF \sim \triangle DEC$;

(2) 若 $AB = 4$, $AD = 3\sqrt{3}$, $AE = 3$, 求 AF 的长.



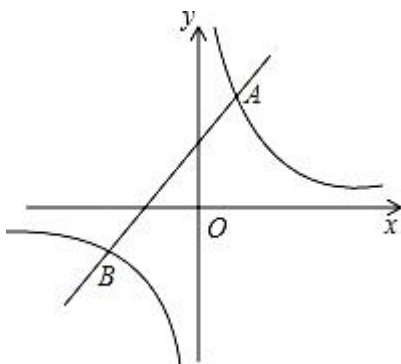
29. (7 分) 若方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两根分别为 α , β , 求经过点 $P(\alpha^2 + \beta^2, \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta})$ 和 $Q(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}, \alpha^2 + \beta^2)$ 的一次函数图象的解析式.

30. (8 分) 如图, 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = x + b$ 的图象在第一象限相交于点

$A(1, -k + 4)$.

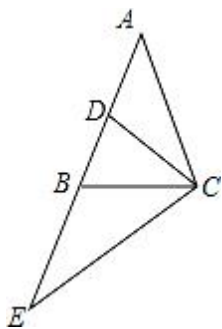
(1) 试确定这两个函数的表达式;

(2) 求出这两个函数图象的另一个交点 B 的坐标, 并根据图象写出使反比例函数的值大于一次函数的值的 x 的取值范围.



31. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是 AB 的中点, 延长 AB 到 E , 使 $BE = AB$.

试说明: (1) $\triangle ADC \sim \triangle ACE$; (2) $CE = 2DC$.



32. (12 分) 某商场销售一批名牌衬衫, 平均每天可售出 20 件, 每件可盈利 40 元. 为了扩大销售量, 增加盈利, 尽快减少库存, 商场采取适当的降价措施. 经调查发现, 如果每件降价 1 元, 商场平均每天可多售出 2 件.

(1) 若商场平均每天要盈利 1200 元, 每件衬衫应降价多少元?

(2) 该商场平均每天盈利能达到 1500 元吗? 如果能, 求出此时应降价多少; 如果不能, 请

说明理由；

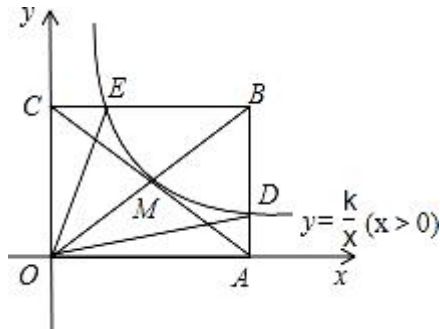
(3) 该商场平均每天盈利最多多少元？达到最大值时应降价多少元？

一、选择题（共 15 分）

33. (5 分) 化简代数式 $\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ 的结果是 ()

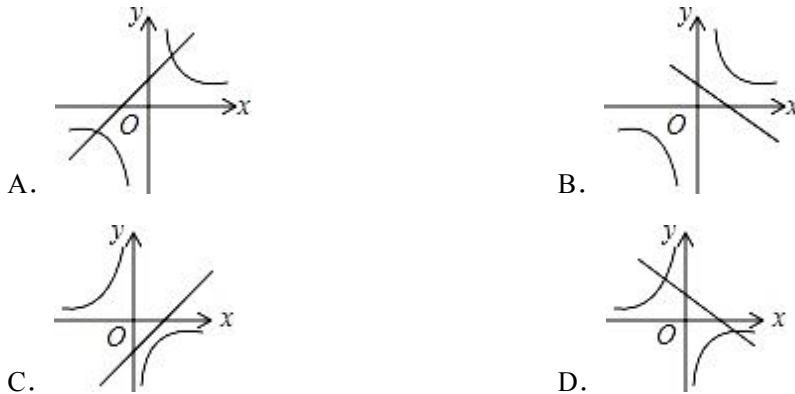
- A. 3 B. $1+\sqrt{2}$ C. $2+\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

34. (5 分) 如图，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过矩形 $OABC$ 对角线的交点 M ，分别与 AB 、 BC 相交于点 D 、 E 。若四边形 $ODBE$ 的面积为 6，则 k 的值为 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

35. (5 分) 函数 $y = ax - a$ 与 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 在同一直角坐标系中的图象可能是 ()



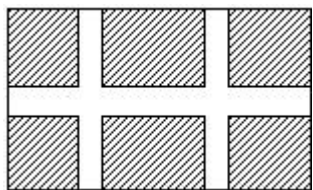
36. (5 分) 已知 $m^2 - 5m - 1 = 0$ ，则 $2m^2 - 5m + \frac{1}{m^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

37. (8 分) 如图，八一广场要设计一个矩形花坛，花坛的长、宽分别为 $200m$ 、 $120m$ ，花坛中有一横两纵的通道，横、纵通道的宽度分别为 $3xm$ 、 $2xm$ 。

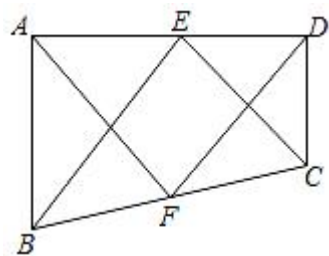
(1) 用代数式表示三条通道的总面积 S ；当通道总面积为花坛总面积的 $\frac{11}{125}$ 时，求横、纵通道的宽分别是多少？

(2) 如果花坛绿化造价为每平方米 3 元，通道总造价为 $3168x$ 元，那么横、纵通道的宽分别为多少米时，花坛总造价最低？并求出最低造价。

(以下数据可供参考: $85^2 = 7225$, $86^2 = 7396$, $87^2 = 7569$)



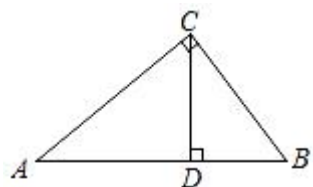
38. (8分) 已知: 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$, $\angle AEB = \angle CED$. F 为 BC 的中点. 求证: $AF = DF = \frac{1}{2}(BF + CE)$.



39. (14分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 为 AB 边上一点, 且 $CD \perp AB$.

(1) 求证: $AC^2 = AB \cdot AD$;

(2) 若 $\triangle ABC$ 为任意三角形, 试问: 在 AB 边上 (不包括 A 、 B 两个顶点) 是否仍存在一点 D , 使 $AC^2 = AB \cdot AD$, 若存在, 请加以证明; 若不存在, 请说明理由.



2019-2020 学年四川省眉山市东辰国际学校九年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 15 小题，共计 45 分）

1. （3 分）下列计算正确的是（ ）

A. $\sqrt{16} = \pm 4$ B. $3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 1$ C. $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = 4$ D. $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{6} = 2$

【解答】解：A、错误，算术平方根的结果是一个非负数，应该等于 4；

B、错误，要注意系数与系数相减，根式不变，应等于 $\sqrt{2}$ ；

C、错误，应该等于 $\sqrt{4} = 2$ ；

D、正确， $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{\frac{2}{3} \times 6} = 2$ 。

故选：D。

2. （3 分）方程 $(m^2 - 1)x^2 + mx - 5 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程，则 m 满足的条件是（ ）

A. $m \neq 1$ B. $m \neq 0$ C. $|m| \neq 1$ D. $m = \pm 1$

【解答】解： \because 方程 $(m^2 - 1)x^2 + mx - 5 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程，

$\therefore m^2 - 1 \neq 0$ ，即 $|m| \neq 1$ 。

故选：C。

3. （3 分）用配方法解方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 时，原方程应变形为（ ）

A. $(x+1)^2 = 6$ B. $(x-1)^2 = 6$ C. $(x+2)^2 = 9$ D. $(x-2)^2 = 9$

【解答】解：方程移项得： $x^2 - 2x = 5$ ，

配方得： $x^2 - 2x + 1 = 6$ ，

即 $(x-1)^2 = 6$ 。

故选：B。

4. （3 分）下列二次根式中与 $\sqrt{24}$ 是同类二次根式的是（ ）

A. $\sqrt{18}$ B. $\sqrt{30}$ C. $\sqrt{48}$ D. $\sqrt{54}$

【解答】解： $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ ；

A、 $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ ，被开方数是 2；故本选项错误；

B、 $\sqrt{30}$ 是最简二次根式，被开方数是 30；故本选项错误；

C、 $\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ 被开方数是 3；故本选项错误；

D、 $\sqrt{54}=3\sqrt{6}$ ，被开方数是 6；故本选项正确．

故选：D．

5. (3 分) 如果一元二次方程 $x^2 + (m+1)x + m = 0$ 的两个根是互为相反数，那么有 ()

A. $m = 0$

B. $m = -1$

C. $m = 1$

D. 以上结论都不对

【解答】解：设该一元二次方程的两个根分别是 x_1 、 x_2 ，则根据题意知

$$x_1 + x_2 = -(m+1) = 0, \text{ 即 } m+1 = 0,$$

解得， $m = -1$ ；

故选：B．

6. (3 分) 若代数式 $\sqrt{m-3}$ 是二次根式，则 m 的取值范围是 ()

A. $m \leq 3$

B. $m < 3$

C. $m \geq 3$

D. $m > 3$

【解答】解： \because 代数式 $\sqrt{m-3}$ 是二次根式，

$$\therefore m-3 \geq 0, \text{ 解得 } m \geq 3.$$

故选：C．

7. (3 分) 某型号的手机连续两次降价，每个售价由原来的 1185 元降到了 580 元，设平均每次降价的百分率为 x ，列出方程正确的是 ()

A. $580(1+x)^2 = 1185$

B. $1185(1+x)^2 = 580$

C. $580(1-x)^2 = 1185$

D. $1185(1-x)^2 = 580$

【解答】解：设平均每次降价的百分率为 x ，

由题意得出方程为： $1185(1-x)^2 = 580$ ．

故选：D．

8. (3 分) 用配方法将二次函数 $y = 3x^2 - 4x - 2$ 写成形如 $y = a(x+m)^2 + n$ 的形式，则 m 、 n

的值分别是()

- A. $m = \frac{2}{3}, n = \frac{10}{3}$ B. $m = -\frac{2}{3}, n = -\frac{10}{3}$ C. $m = 2, n = 6$ D. $m = 2, n = -2$

【解答】解： $y = 3x^2 - 4x - 2 = 3(x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{16}{36}) - \frac{4}{3} - 2 = 3(x - \frac{2}{3})^2 - \frac{10}{3}$

$$\therefore m = -\frac{2}{3}, n = -\frac{10}{3}$$

故选：B.

9. (3分) 下列各组图形不一定相似的是()

- A. 两个等腰直角三角形
B. 各有一个角是 100° 的两个等腰三角形
C. 各有一个角是 50° 的两个直角三角形
D. 两个矩形

【解答】解：A、两个等腰直角三角形，对应边成比例，对应角相等，符合定义，一定相似，故本选项正确；

B、各有一个角是 100° 的两个等腰三角形， 100° 的角一定是顶角，一定相似，故本选项正确；

C、各有一个角是 50° 的两个直角三角形，都有一个直角，根据两角对应相等，两三角形相似，故本选项正确；

D、两个矩形，四个角都是直角，但四条边不一定对应成比例，不一定相似，故本选项错误.

故选：D.

10. (3分) 关于 x 的方程 $(a-6)x^2 - 8x + 6 = 0$ 有实数根，则整数 a 的最大值是()

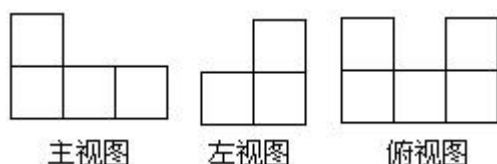
- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【解答】解：当 $a-6=0$ ，即 $a=6$ 时，方程是 $-8x+6=0$ ，解得 $x=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$ ；

当 $a-6 \neq 0$ ，即 $a \neq 6$ 时， $\Delta = (-8)^2 - 4(a-6) \times 6 = 208 - 24a \geq 0$ ，解上式，得 $a \leq \frac{26}{3} \approx 8.6$ ，

取最大整数，即 $a=8$. 故选C.

11. (3分) 如图是由几个相同的小正方体搭成的几何体的三视图，则搭成这个几何体的小正方体的个数是()



- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【解答】解：由主视图与左视图可以在俯视图上标注数字为：

主视图有三列，每列的方块数分别是：2，1，1；

左视图有两列，每列的方块数分别是：1，2；

俯视图有三列，每列的方块数分别是：2，1，2；

因此总个数为 $1+2+1+1+1=6$ 个，

故选：B．

1		1
2	1	1

俯视图

12. (3 分) 顺次连接等腰梯形各边中点所得的四边形一定是()

- A. 等腰梯形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

【解答】解：如图所示．

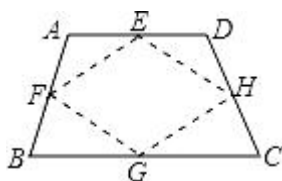
根据三角形中位线定理， $EF = GH = \frac{1}{2}BD$ ； $FG = EH = \frac{1}{2}AC$ ．

$\because ABCD$ 为等腰梯形， $\therefore AC = BD$ ．

$\therefore EF = GH = FG = EH$ ．

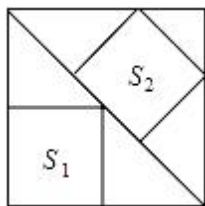
$\therefore EFGH$ 为菱形．

故选：C．



13. (3 分) 如图，大正方形中有 2 个小正方形，如果它们的面积分别是 S_1 、 S_2 ，那么 S_1 、

S_2 的大小关系是()



A. $S_1 > S_2$

B. $S_1 = S_2$

C. $S_1 < S_2$

D. S_1 、 S_2 的大小关系不确定

【解答】解：如图，设大正方形的边长为 x ，

根据等腰直角三角形的性质知，

$$AC = \sqrt{2}BC, \quad BC = CE = \sqrt{2}CD,$$

$$\therefore AC = 2CD, \quad CD = \frac{x}{3},$$

$$\therefore S_2 \text{ 的边长为 } \frac{\sqrt{2}}{3}x,$$

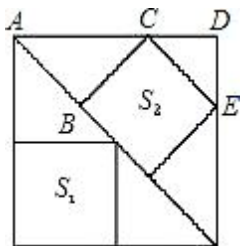
$$S_2 \text{ 的面积为 } \frac{2}{9}x^2,$$

$$S_1 \text{ 的边长为 } \frac{x}{2},$$

$$S_1 \text{ 的面积为 } \frac{1}{4}x^2,$$

$$\therefore S_1 > S_2,$$

故选：A.



14. (3 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + k + 1 = 0$ 的两个实数根是 x_1 ， x_2 ，且

$$x_1^2 + x_2^2 = 24, \text{ 则 } k \text{ 的值是 ()}$$

A. 8

B. -7

C. 6

D. 5

【解答】解：由根与系数的关系可知： $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 6$ ，

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = k + 1,$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 36 - 2(k + 1) = 24,$$

解之得 $k=5$. 故选 D .

15. (3分) 设 a, b 是方程 $x^2+x-2019=0$ 的两个实数根, 则 a^2+2a+b 的值为()

A. 20016

B. 2017

C. 2018

D. 2019

【解答】解: $\because a$ 是方程 $x^2+x-2019=0$ 的实数根,

$$\therefore a^2+a-2019=0,$$

$$\therefore a^2=-a+2019,$$

$$\therefore a^2+2a+b=-a+2019+2a+b=2019+a+b,$$

$\because a, b$ 是方程 $x^2+x-2019=0$ 的两个实数根,

$$\therefore a+b=-1,$$

$$\therefore a^2+2a+b=2019-1=2018.$$

故选: C .

二、填空题(共5小题, 每空3分, 共15分)

16. (3分) 关于 x 的方程 $x^2-6x+p=0$ 的两个根是 α, β , 且 $2\alpha+3\beta=20$, 则 $p=$ -16 .

【解答】解: 根据题意得 $\alpha+\beta=6$ ①, $\alpha\beta=p$ ②,

而 $2\alpha+3\beta=20$ ③,

由①③得 $\alpha=-2, \beta=8$,

所以 $p=-2\times 8=-16$.

故答案为 -16 .

17. (3分) 将 $a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 根号外的因式移入根号内的结果是 $-\sqrt{-a}$.

【解答】解: \because 要使 $\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 有意义,

必须 $-\frac{1}{a}>0$,

即 $a<0$,

$$\text{所以 } a\sqrt{-\frac{1}{a}}=-\sqrt{(-a)^2(-\frac{1}{a})}=-\sqrt{-a}.$$

18. (3分) 如果 -3 是分式方程 $\frac{a}{x+a}+2=\frac{3}{a+x}$ 的增根, 则 $a=$ 3 .

【解答】解: 去分母得: $a-2x+2a=3$,

由分式方程有增根是 -3,

把 $x=-3$ 代入 $a-2x+2a=3$, 可得: $a-6+2a=3$,

解得： $a = 3$ ；

故答案为： 3

19. (3 分) 已知 $2 < x < 5$ ，化简 $\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x-5)^2} = \underline{3}$.

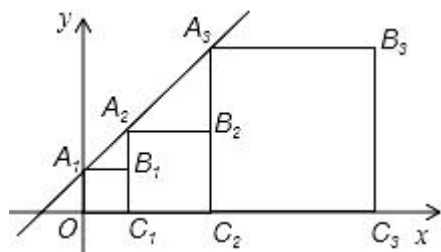
【解答】解： $\because 2 < x < 5$ ，

$$\therefore \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x-5)^2} = x-2+5-x=3.$$

故答案为： 3

20. (3 分) 正方形 $A_1B_1C_1O$ ， $A_2B_2C_2C_1$ ， $A_3B_3C_3C_2$ ， ... 按如图所示的方式放置. 点 A_1 ， A_2 ， A_3 ， ... 和点 C_1 ， C_2 ， C_3 ， ... 分别在直线 $y = kx + b (k > 0)$ 和 x 轴上，已知点 $B_1(1,1)$ ， $B_2(3,2)$ ，

则 B_n 的坐标是 $\underline{(2^n - 1, 2^{n-1})}$.



【解答】解： \because 点 $B_1(1,1)$ ， $B_2(3,2)$ ，

$$\therefore A_1(0, 1) A_2(1, 2) A_3(3, 4),$$

\therefore 直线 $y = kx + b (k > 0)$ 为 $y = x + 1$ ，

$\therefore B_n$ 的横坐标为 A_{n+1} 的横坐标，纵坐标为 A_n 的纵坐标

又 A_n 的横坐标数列为 $A_n = 2^{n-1} - 1$ ，所以纵坐标为 2^{n-1} ，

$\therefore B_n$ 的坐标为 $[A(n+1) \text{ 的横坐标}, A_n \text{ 的纵坐标}] = (2^n - 1, 2^{n-1})$.

故答案为： $(2^n - 1, 2^{n-1})$.

三、解答题（共 90 分）

21. (5 分) $3\sqrt{8} - 3\sqrt{32} + 2\sqrt{18} - 4\sqrt{\frac{1}{2}}$.

【解答】解： 原式 $= 6\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$

$$= -2\sqrt{2}.$$

22. (5分) 已知 $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$, $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$, 求 $\frac{x^3 - xy^2}{x^4y + 2x^3y^2 + x^2y^3}$ 的值.

【解答】解: $\because x = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = 5 + 2\sqrt{6}$, $y = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = 5 - 2\sqrt{6}$,

$$\therefore x + y = 10, \quad xy = 25 - 24 = 1, \quad x - y = 4\sqrt{6},$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{原式} &= \frac{x(x-y)(x+y)}{x^2y(x^2 + 2xy + y^2)} \\ &= \frac{(x-y)(x+y)}{xy(x+y)^2} \\ &= \frac{x-y}{xy(x+y)} \\ &= \frac{4\sqrt{6}}{1 \times 10} \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{5}.\end{aligned}$$

23. (6分) 已知 $x^2 - 3x + 1 = 0$, 求 $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}} - 2$ 的值.

【解答】解: $\because x^2 - 3x + 1 = 0$,

$$\therefore x - 3 + \frac{1}{x} = 0,$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 3,$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9,$$

$$\therefore x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9,$$

$$\therefore x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 5,$$

$$\therefore \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}} - 2 = \sqrt{5}.$$

24. (5分) 解方程 $\frac{7-9x}{2-3x} - \frac{4x-5}{2-3x} = 1$.

【解答】解: 方程两边同乘以 $2-3x$,

$$\text{可得: } 7 - 9x - 4x + 5 = 2 - 3x$$

$$-9x - 4x + 3x = 2 - 5 - 7$$

$$-10x = -10$$

$$x = 1$$

经检验 $x = 1$ 是原方程的解.

25. (6分) 解方程: $-2x^2 + 5x + 3 = 0$ (用配方法)

【解答】解: $\because -2x^2 + 5x + 3 = 0$,

$$\therefore x^2 - \frac{5}{2}x = -\frac{3}{2},$$

$$\therefore x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} = \frac{49}{16},$$

$$\therefore (x - \frac{5}{4})^2 = \frac{49}{16},$$

$$\therefore x - \frac{5}{4} = \pm \frac{7}{4},$$

$$\therefore x = 3 \text{ 或 } x = -\frac{1}{2};$$

26. (8分) 已知 x, y 是实数, 且 $y = \frac{\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{9 - x^2} - 2}{x + 3}$, 求 $5x + 6y$ 的值.

【解答】解: 由题意得,
$$\begin{cases} x^2 - 9 \geq 0 \\ 9 - x^2 \geq 0 \\ x + 3 \neq 0 \end{cases}$$

解得 $x = 3$,

$$\text{所以, } y = \frac{-2}{3+3} = -\frac{1}{3},$$

$$\text{所以, } 5x + 6y = 5 \times 3 + 6 \times (-\frac{1}{3}) = 15 - 2 = 13.$$

27. (8分) 已知关于 x 的方程 $(m+2)x^2 - \sqrt{5}mx + m - 3 = 0$.

(1) 求证方程有实数根;

(2) 若方程有两个实数根, 且两根平方和等于 3, 求 m 的值.

【解答】(1) 证明: 当 $m+2=0$ 时, 方程化为 $2\sqrt{5}x - 5 = 0$, 解得 $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$;

$$\text{当 } m+2 \neq 0 \text{ 时, } \Delta = (-\sqrt{5}m)^2 - 4(m+2)(m-3) = (m+2)^2 + 20,$$

$$\therefore (m+2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore \Delta > 0,$$

即 $m \neq -2$ 时, 方程有两个不相等的实数根,

\therefore 方程有实数根;

(2) 解: 设方程两实数根为 a, b ,

$$\text{则 } a+b=\frac{\sqrt{5}m}{m+2}, \quad ab=\frac{m-3}{m+2},$$

$$\therefore a^2+b^2=3,$$

$$\therefore (a+b)^2-2ab=3,$$

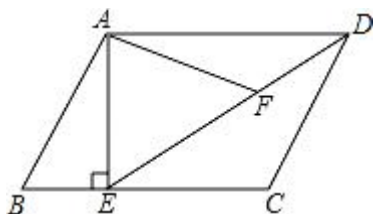
$$\therefore \left(\frac{\sqrt{5}m}{m+2}\right)^2-2\times\frac{m-3}{m+2}=3,$$

解得 $m=0$.

28. (10分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 过点 A 作 $AE \perp BC$, 垂足为 E , 连接 DE , F 为线段 DE 上一点, 且 $\angle AFE = \angle B$.

(1) 求证: $\triangle ADF \sim \triangle DEC$;

(2) 若 $AB=4$, $AD=3\sqrt{3}$, $AE=3$, 求 AF 的长.



【解答】 解: (1) \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD, \quad AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ, \quad \angle ADF = \angle DEC,$$

$$\therefore \angle AFD + \angle AFE = 180^\circ, \quad \angle AFE = \angle B,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle DEC;$$

$$(2) \because AE \perp BC, \quad AD=3\sqrt{3}, \quad AE=3,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ADE \text{ 中, } DE = \sqrt{AD^2 + AE^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 3^2} = 6,$$

$$\text{由 (1) 知 } \triangle ADF \sim \triangle DEC, \text{ 得 } \frac{AF}{DC} = \frac{AD}{DE},$$

$$\therefore AF = \frac{DC \times AD}{DE} = \frac{4 \times 3\sqrt{3}}{6} = 2\sqrt{3}.$$

29. (7分) 若方程 $x^2+3x-1=0$ 的两根分别为 α , β , 求经过点 $P(\alpha^2+\beta^2, \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta})$ 和

$Q(\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}, \alpha^2+\beta^2)$ 的一次函数图象的解析式.

【解答】 解: 根据题意得 $\alpha+\beta=-3$, $\alpha\beta=-1$,

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-3)^2 - 2 \times (-1) = 11,$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-3}{-1} = 3,$$

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{11}{-1} = -11,$$

$\therefore P$ 点坐标为(11,3), Q 点坐标为(-11,11),

设直线 PQ 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\text{把 } P(11,3), Q(-11,11) \text{ 分别代入得 } \begin{cases} 11k + b = 3 \\ -11k + b = 11 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\frac{4}{11} \\ b = 7 \end{cases},$$

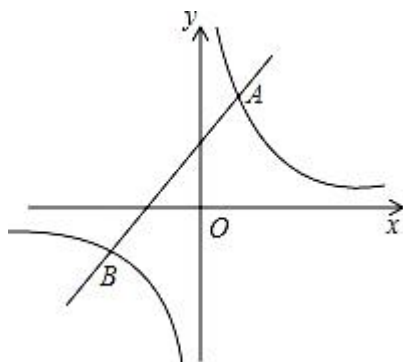
\therefore 直线 PQ 的解析式为 $y = -\frac{4}{11}x + 7$.

30. (8分) 如图, 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = x + b$ 的图象在第一象限相交于点

$A(1, -k + 4)$.

(1) 试确定这两个函数的表达式;

(2) 求出这两个函数图象的另一个交点 B 的坐标, 并根据图象写出使反比例函数的值大于一次函数的值的 x 的取值范围.



【解答】 解: (1) \because 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 经过点 $A(1, -k + 4)$,

$$\therefore -k + 4 = \frac{k}{1}, \text{ 即 } -k + 4 = k,$$

$$\therefore k = 2,$$

$$\therefore A(1, 2),$$

\because 一次函数 $y = x + b$ 的图象经过点 $A(1, 2)$,

$$\therefore 2 = 1 + b,$$

$$\therefore b = 1,$$

\therefore 反比例函数的表达式为 $y = \frac{2}{x}$.

一次函数的表达式为 $y = x + 1$.

$$(2) \text{ 由 } \begin{cases} y = x + 1 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases},$$

消去 y , 得 $x^2 + x - 2 = 0$.

即 $(x + 2)(x - 1) = 0$,

$\therefore x = -2$ 或 $x = 1$.

$\therefore y = -1$ 或 $y = 2$.

$$\therefore \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

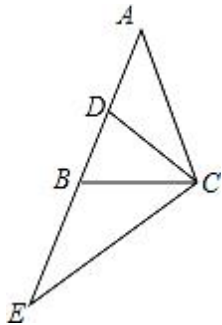
\therefore 点 B 在第三象限,

\therefore 点 B 的坐标为 $(-2, -1)$,

由图象可知, 当反比例函数的值大于一次函数的值时, x 的取值范围是 $x < -2$ 或 $0 < x < 1$.

31. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是 AB 的中点, 延长 AB 到 E , 使 $BE = AB$.

试说明: (1) $\triangle ADC \sim \triangle ACE$; (2) $CE = 2DC$.



【解答】 证明: (1) $\because D$ 是 AB 中点,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}.$$

$\because AB = BE = AC$,

$$\therefore \frac{AC}{AE} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AE}.$$

$\because \angle A = \angle A$,

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACE$.

(2) 由 (1) 得: $\triangle ADC \sim \triangle ACE$,

$$\therefore \frac{DC}{CE} = \frac{AC}{AE} = \frac{1}{2}.$$

即 $CE = 2DC$.

32. (12 分) 某商场销售一批名牌衬衫, 平均每天可售出 20 件, 每件可盈利 40 元. 为了扩大销售量, 增加盈利, 尽快减少库存, 商场采取适当的降价措施. 经调查发现, 如果每件降价 1 元, 商场平均每天可多售出 2 件.

(1) 若商场平均每天要盈利 1200 元, 每件衬衫应降价多少元?

(2) 该商场平均每天盈利能达到 1500 元吗? 如果能, 求出此时应降价多少; 如果不能, 请说明理由;

(3) 该商场平均每天盈利最多多少元? 达到最大值时应降价多少元?

【解答】解: (1) 设每件衬衫应降价 x 元, 则每件盈利 $40 - x$ 元, 每天可以售出 $20 + 2x$, 由题意, 得 $(40 - x)(20 + 2x) = 1200$,

即: $(x - 10)(x - 20) = 0$,

解, 得 $x_1 = 10$, $x_2 = 20$,

为了扩大销售量, 增加盈利, 尽快减少库存, 所以 x 的值应为 20,

所以, 若商场平均每天要盈利 1200 元, 每件衬衫应降价 20 元;

(2) 假设能达到, 由题意, 得 $(40 - x)(20 + 2x) = 1500$,

整理, 得 $2x^2 - 60x + 700 = 0$,

$$\Delta = 60^2 - 2 \times 4 \times 700 = 3600 - 5600 < 0,$$

即: 该方程无解,

所以, 商场平均每天盈利不能达到 1500 元;

(3) 设商场平均每天盈利 y 元, 每件衬衫应降价 x 元,

由题意, 得 $y = (40 - x)(20 + 2x)$,

$$= 800 + 80x - 20x - 2x^2,$$

$$= -2(x^2 - 30x + 225) + 450 + 800,$$

$$= -2(x - 15)^2 + 1250,$$

当 $x=15$ 元时，该函数取得最大值为 1250 元，

所以，商场平均每天盈利最多 1250 元，达到最大值时应降价 15 元。

一、选择题（共 15 分）

33.（5 分）化简代数式 $\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ 的结果是（ ）

A. 3

B. $1+\sqrt{2}$

C. $2+\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{2}$

【解答】解：原式 $= \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$ ，

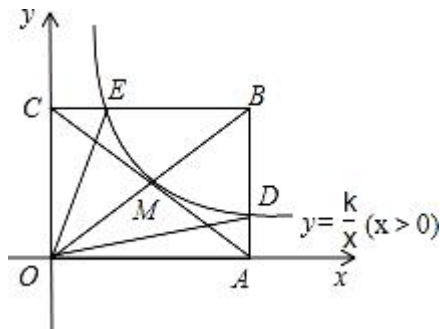
$$= \sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1，$$

$$= 2\sqrt{2}。$$

故选：D。

34.（5 分）如图，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过矩形 $OABC$ 对角线的交点 M ，分别

与 AB 、 BC 相交于点 D 、 E 。若四边形 $ODBE$ 的面积为 6，则 k 的值为（ ）



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

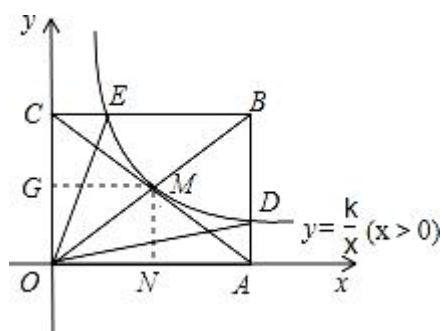
【解答】解：由题意得：E、M、D 位于反比例函数图象上，则 $S_{\triangle OCE} = \frac{|k|}{2}$ ， $S_{\triangle OAD} = \frac{|k|}{2}$ ，

过点 M 作 $MG \perp y$ 轴于点 G，作 $MN \perp x$ 轴于点 N，则 $S_{\square ONMG} = |k|$ ，

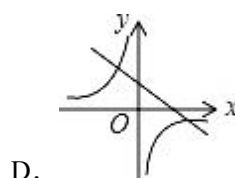
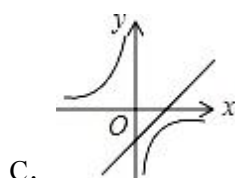
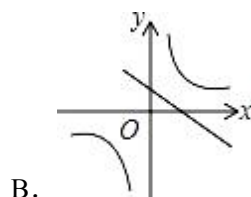
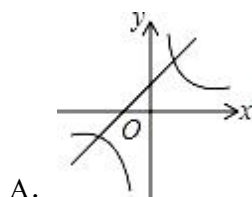
又 $\because M$ 为矩形 $ABCO$ 对角线的交点，则 $S_{\text{矩形 } ABCO} = 4S_{\square ONMG} = 4|k|$ ，

由于函数图象在第一象限， $k > 0$ ，则 $\frac{k}{2} + \frac{k}{2} + 6 = 4k$ ， $k = 2$ 。

故选：B。



35. (5 分) 函数 $y = ax - a$ 与 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 在同一直角坐标系中的图象可能是 ()



【解答】解：A、从反比例函数图象得 $a > 0$ ，则对应的一次函数 $y = ax - a$ 图象经过第一、三、四象限，所以 A 选项错误；

B、从反比例函数图象得 $a > 0$ ，则对应的一次函数 $y = ax - a$ 图象经过第一、三、四象限，所以 B 选项错误；

C、从反比例函数图象得 $a < 0$ ，则对应的一次函数 $y = ax - a$ 图象经过第一、二、四象限，所以 C 选项错误；

D、从反比例函数图象得 $a < 0$ ，则对应的一次函数 $y = ax - a$ 图象经过第一、二、四象限，所以 D 选项正确。

故选：D。

36. (5 分) 已知 $m^2 - 5m - 1 = 0$ ，则 $2m^2 - 5m + \frac{1}{m^2} = \underline{28}$ 。

【解答】解：∵ $m^2 - 5m - 1 = 0$ ，

$$\therefore m^2 - 5m = 1, \quad m - \frac{1}{m} = 5,$$

$$\therefore \left(m - \frac{1}{m}\right)^2 = 25,$$

$$\therefore m^2 + \frac{1}{m^2} - 2 = 25,$$

$$\therefore m^2 + \frac{1}{m^2} = 27,$$

$$\therefore 2m^2 - 5m + \frac{1}{m^2} = m^2 + \frac{1}{m^2} + m^2 - 5m = 27 + 1 = 28.$$

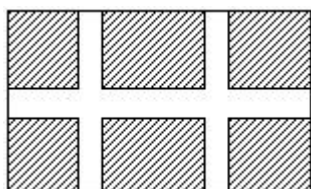
故答案为：28.

37. (8分) 如图，八一广场要设计一个矩形花坛，花坛的长、宽分别为 $200m$ 、 $120m$ ，花坛中有一横两纵的通道，横、纵通道的宽度分别为 $3xm$ 、 $2xm$ 。

(1) 用代数式表示三条通道的总面积 S ；当通道总面积为花坛总面积的 $\frac{11}{125}$ 时，求横、纵通道的宽分别是多少？

(2) 如果花坛绿化造价为每平方米 3 元，通道总造价为 $3168x$ 元，那么横、纵通道的宽分别为多少米时，花坛总造价最低？并求出最低造价。

(以下数据可供参考： $85^2 = 7225$ ， $86^2 = 7396$ ， $87^2 = 7569$)



【解答】解：(1) 由题意得：

$$S = 3x \cdot 200 + 2x \cdot 120 \times 2 - 2 \times 6x^2 = -12x^2 + 1080x$$

由 $S = \frac{11}{125} \times 200 \times 120$ ，得：

$$\therefore -12x^2 + 1080x = \frac{11}{125} \times 200 \times 120,$$

即 $x^2 - 90x + 176 = 0$ ，解得：

$$x = 2 \text{ 或 } x = 88$$

又 $\because x > 0$ ， $4x < 200$ ， $3x < 120$ ，

\therefore 解得 $0 < x < 40$ ，

$\therefore x = 2$ ，得横、纵通道的宽分别是 $6m$ 、 $4m$ 。

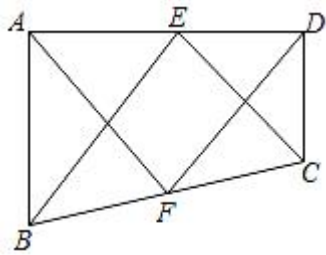
(2) 设花坛总造价为 y 元。

$$\text{则 } y = 3168x + (200 \times 120 - S) \times 3 = 3168x + (24000 + 12x^2 - 1080x) \times 3$$

$$= 36x^2 - 72x + 72000 = 36(x-1)^2 + 71964,$$

当 $x = 1$ ，即横、纵通道的宽分别为 $3m$ 、 $2m$ 时，花坛总造价最低，最低总造价为 71964 元。

38. (8分) 已知: 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$, $\angle AEB = \angle CED$. F 为 BC 的中点. 求证: $AF = DF = \frac{1}{2}(BF + CE)$.



【解答】证明: 延长 BE 、 CD 交于点 G , 如图所示:

$$\because \angle AEB = \angle CED, \quad \angle AEB = \angle GED,$$

$$\therefore \angle GED = \angle CED,$$

$$\because AB \parallel CD, \quad AB \perp AD,$$

$$\therefore ED \perp CG,$$

$$\therefore \angle EDG = \angle EDC,$$

$$\text{在 } \triangle EDG \text{ 和 } \triangle EDC \text{ 中, } \begin{cases} \angle GED = \angle CED \\ DE = DE \\ \angle EDG = \angle EDC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EDG \cong \triangle EDC (ASA),$$

$$\therefore EG = EC, \quad DG = DC,$$

$$\therefore BE + CE = BE + EG = BG,$$

$$\because F \text{ 为 } BC \text{ 的中点,}$$

$$\therefore BF = CF,$$

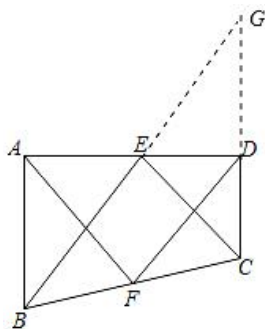
$$\because DG = DC,$$

$$\therefore DF \text{ 是 } \triangle BCG \text{ 的中位线,}$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2}BG = \frac{1}{2}(BE + CE),$$

$$\text{同理: } AF = \frac{1}{2}(BE + CE),$$

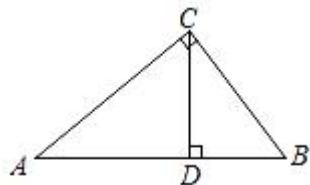
$$\therefore AF = DF = \frac{1}{2}(BF + CE).$$



39. (14 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 为 AB 边上一点, 且 $CD \perp AB$.

(1) 求证: $AC^2 = AB \cdot AD$;

(2) 若 $\triangle ABC$ 为任意三角形, 试问: 在 AB 边上 (不包括 A 、 B 两个顶点) 是否仍存在一点 D , 使 $AC^2 = AB \cdot AD$, 若存在, 请加以证明; 若不存在, 请说明理由.



【解答】(1) 证明: $\because CD \perp AB$,

$$\therefore \angle ADC = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC},$$

$$\therefore AC^2 = AB \cdot AD;$$

(2) 解: 存在,

理由: 如图,

过 C 作 $\angle ACD = \angle B$ 交 AB 于 D ,

$$\text{则 } AC^2 = AB \cdot AD,$$

证明: $\because \angle ACD = \angle B$, $\angle A = \angle A$,

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC},$$

$$\therefore AC^2 = AB \cdot AD.$$

